

加法・減法の立式の根拠に対する低学年児童の実態と課題

林 茂 男¹⁾

The Actual Conditions and Problems about Addition and Subtraction Formulative Evidence in Elementary School : Grade One and Two

Shigeo HAYASHI

小学校第1学年で指導する加法・減法の内容は、小学校6年間で指導する算数の学習に大きく影響を与える。特に、加法・減法の意味については、数が小数、分数に拡張されても意味は拡張されない。そのため、第1学年の導入時に指導する加法・減法の意味理解に関する指導は非常に重要である。本研究は、第2学年の初期段階にある児童の、加法・減法の意味理解についての実態を、立式とその根拠から分析し、今後の指導に役立てることを目的とした。その結果、児童は問題文の操作言葉や集合言葉に着目して数量関係を把握し演算決定を行う。問題文に操作言葉も集合言葉も含まれていない場合は正しく立式できる割合が低下し、正しく立式できたとしても根拠が曖昧であるという実態であった。加法・減法の意味理解の指導では、数量関係の把握とその表現の仕方に関する力を付けていくことが課題として明らかになった。

キーワード：式、数量、集合、操作

I 目 的

小学校算数科の学習指導要領の内容は、「数と計算」領域が多くを占めており、低学年においてはその傾向が強い。このことは、過去および現行の学習指導要領のみならず、次期学習指導要領においても同様である。

また、低学年で学習する加法・減法の意味理解については、数が小数や分数に拡張されても意味の拡張はなされない。そのため、小学校初期段階の学習が、その後の加法・減法の学習に大きく影響する。

小学校1年生の初期の段階で学習する加法・減法の意味について、現行（平成20年8月発行）の学習指導要領解説算数編には次のように示されている。『① 加法が用いられる場合（ア）はじめにある数量に、追加したり、それから増加したりしたときの

大きさを求める場合（増加）（イ）同時に存在する二つの数量を合わせた大きさを求める場合（合併）』『② 減法が用いられる場合（ア）はじめにある数量の大きさから、取り去ったり減少したりしたときの残りの大きさを求める場合（求残）（イ）二つの数量の差を求める場合（求差）』

学習委指導要領解説には上記のようであるが、減法については『全体とその一部部がわかっているとき、残りの部分を求める場合で、求部分（求補）』として位置付けている教科書もある。

そこで、1年生の初期の段階で学習する加法・減法の意味について、2年生の段階でどのように身につけているかを調査し、加法・減法の導入段階における指導の改善について提言することを目的として本研究を行った。

1) 教育学部子ども教育学科

II 研究の内容と方法

1 調査対象と調査時期

岐阜県内にあるK市の6つの小学校の第2学年(17学級)に在籍する児童541名を調査の対象とした。

表1 対象学校別学級数と児童数

学校名	学級数	児童数(人)
A	4	139
B	3	99
C	1	31
D	4	109
E	2	72
F	3	91
計	17	541

2 調査時期

調査は7月で、3学期制であるK市においては1学期の後半にあたる。2年生は、1年生の学習を基にして、「2けたのたし算」「2けたのひき算」が終了した時期である。

3 調査の内容

調査は、小学校1年生で学習する加法・減法の問題5問について、立式と立式の根拠を問い、その回答を分析することである。

(1) 調査問題

問題は、K市で採用されている教科書にある授業内で扱う例題あるいは確かめ問題を用いている。ただし、K市採用の教科書では扱われていない求補(求部分)の問題は他の教科書会社の教科書の問題を用いている。具体的な調査問題は以下の5問である。

【問題1】 合併の問題

すなばに 男の子が3人、女の子が4人 います。みんなで なんん人 いるでしょう。

【問題2】 増加の問題

はとが 5わ います。あとから 3わ とんできました。ぜんぶで なんわになりましたか。

【問題3】 求残の問題

こうえんで 子どもが7人 あそんでいます。3人かえると なんんに なるでしょう。

【問題4】 求補の問題

子どもが 7人 います。男の子は 4人です。女の子は なんん人でしょう。

【問題5】 求差の問題

こうえんに 男の子は 6人、女の子は 8人 います。男の子と 女の子では、どちらが なんん人 おおいでしょう。

(2) 調査の観点

分析の内容は次の2点である。

- ① 立式の正答率および誤答の種類
- ② 立式の根拠

4 調査方法

各学校には、以下のことを依頼をした。

- (1) 調査の指示・監督者は学級担任とする。
- (2) 対象学級の担任には以下のように依頼した。
 - ・児童は15分程度で取り組む。
 - ・根拠の説明は言葉・矢印等学校で学習したものをそのまま用いればよい。(教師の補足説明可)
 - ・教師は典型となる解答例を1部作成する。
 - ・評価は研究者で行う。(点数化はしない。)
 - ・研究者にて児童の実態を分析し、傾向を明らかにするとともに、学校ごとに今後の指導に対する提言を行う。

III 調査の結果

1 立式の根拠

児童の立式の根拠を分析すると、(1)～(9)に整理することができた。

(1) 数量	(5) 定義の操作言葉
(2) 文中の操作言葉	(6) 定義の集合言葉
(3) 文中の集合言葉	(7) ブロック操作言葉
(4) 答えの単位	(8) 情景図
	(9) その他

この7つは次のような意味で整理した。

(1) 数量

問題文には「男の子3人」「はとが5わ」「子どもが7人」など、操作の対象となる数量が示されている。立式の根拠にこれらの数量を用いたものがあつた。この場合を、「数量」という言葉で整理した。

(2) 文中の操作言葉

問題文には「とんできた」「かえる」「もらう」「食べる」「など、操作や動作を示す言葉が使われてい

ることがある。立式の根拠としてこれら文中の言葉を用いたものがあつた。この場合を、「文中の操作言葉」という言葉で整理した。

(3) 文中の集合言葉

問題文には「みんなで」「残りは」など、結果の集合を示す言葉が使われていることがある。立式の根拠としてこれら文中の言葉を用いたものがあつた。この場合を、「文中の集合言葉」という言葉で整理した。

(4) 答えの単位

問題文は、「何人でしょう」「何匹でしょう」などと、求める集合に単位を付けて問いかける表現をする。立式の根拠としてこれら文中の言葉を用いたものがあつた。この場合を、「答えの単位」という言葉で整理した。

(5) 定義の操作言葉、定義の集合言葉

調査対象のK市で採用されている第1学年の算数の教科書で、たし算とひき算の導入においてどのような表記がなされているか確認すると次のようであつた。(下線は筆者による。)

3と2を あわせると、5になります。このことを しきで $3+2=5$ と かいて、3たす2は5とよみます。

5から2を とると、のこりは3になります。このことを しきで $5-2=3$ と かいて 5ひく2は3とよみます。

この2つの表記と、教科書の補足説明と含めて、立式の根拠に用いた言葉を次のように整理した。

問題文には用いられていないが、問題場面を「あわせる」「とる」という場面であると言葉で説明した場合を、「定義の操作言葉」という言葉で整理した。

また、問題文には用いられていないが、問題場面を「ぜんぶ」「のこり」を求める場面であると言葉で説明した場合を、「定義の集合言葉」という言葉で整理した。

(7) ブロック操作言葉

問題場面をブロックに置き換えて操作をする場

合、たし算ではブロックを「ガッチャン」と言っあわせ、ひき算では「ギコギコスー」と言っ取り除く指導をしている学校がある。立式の根拠としてこれらの操作言葉を用いたものがあつた。この場合を、「ブロック操作言葉」という言葉で整理した。

(8) 情景図

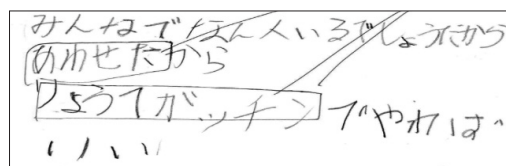
問題文を簡単な絵や図に表して数量関係を捉えたり表現したりすることがある。立式の根拠としてこうした絵や図を用いたものがあつた。この場合を、「情景図」という言葉で整理した。

(9) その他

問題文の表記や問題場面によっては、(1)から(6)で整理できないものがあつた。それを「その他」として、調査問題ごとに整理した。

2 整理の例

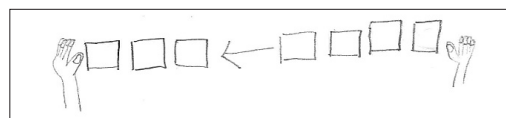
児童の解答例1 (問題1で $3+4$ の根拠)



この解答の根拠は次の3点とした。

- ・文中の集合言葉「みんなで」
- ・定義としての操作言葉「あわせる」
- ・ブロック操作言葉「ガッチャン」

児童の解答例2 (問題1で $3+4$ の根拠)



この解答の根拠は次の2つである。

- ・情景図
- ・数量 (この図には3と4という量が□で示されている。)

3 問題ごとの分析

それぞれの問題について、正答率および誤答の種類、立式の根拠を集計し、傾向を明らかにした。

【問題1】

問題場面は「合併」 問題文に 操作言葉は無し 集合言葉は有り

すなばに 男の子が3人、女の子が4人 います。みんなで なん人 いるでしょう。

表2 問題1の正誤表

学校	児童数	正答数	誤答	
			3-4	
A	139	138	1	
B	99	99	0	
C	31	31	0	
D	109	108	1	
E	72	71	0	
F	91	91	1	
計	541	538	3	
割合(%)		99.4	0.6	

(1) 正答・誤答について

この問題の正答は(3+4)として集計した。

(2) 立式の根拠について

- ① 文中の集合言葉は、「みんなで」を根拠にしたものである。
- ② 求める単位は、「なん人」を根拠にしたものである。
- ③ 定義の操作言葉は、「あわせる」問題だからという根拠のものである。
- ④ ブロック操作言葉は、「ガッチャン」の問題だからという根拠のものである。

(3) 傾向

- ① 正答率は99.4%と高く、学校差も小さい。
- ② 立式の根拠として用いているものに学校差が見られる。(この傾向は、他の問題でも同様である。)
- ③ 文中の集合言葉「みんなで」が根拠として最も高く55.5%であり、根拠の大半を占めている。
- ④ 定義の操作言葉「合わせる」を用いた児童は8.9%である。

表3 問題1の立式の根拠

学校	児童数	数量	文中の集合言葉	答えの単位	定義の操作言葉	ブロック操作言葉	情景図
A	139	138	93	11	5	0	2
B	99	99	65	1	24	7	7
C	31	31	19	5	2	0	9
D	109	108	55	2	9	0	20
E	72	71	18	3	3	0	26
F	91	91	50	4	5	0	6
計	541	538	300	26	48	7	70
割合(%)		99.4	55.5	4.8	8.9	1.3	12.9

- ⑤ D校とE校は根拠に情景図を用いている児童が他校より多い。これらの児童は言語表現を補うための図ではなく、言語表現の代わりに図を用いている傾向にある。(この傾向は、他の問題でも同様である。)
- ⑥ B校の「ブロック操作言葉」についても、⑤と同様の傾向がある。

【問題2】

問題場面は「増加」 問題文に 操作言葉は有り 集合言葉は有り

はとが 5わ います。あとから 3わ とんできました。ぜんぶで なんわになりましたか。

表4 問題2の正誤表

学校	児童数	正答数	誤答	
			5-3	5+3
A	139	131	8	0
B	99	91	6	0
C	31	31	0	0
D	109	97	9	1
E	72	65	7	0
F	91	87	4	0
計	541	502	34	1
割合(%)		92.8	6.3	0.2

(1) 正答・誤答について

この問題の正答は(5+3)として集計した。

(2) 立式の根拠について

- ① 文中の操作言葉は、「とんできました」を根拠にしたものである。
- ② 文中の集合言葉は、「みんなで」を根拠にしたものである。
- ③ 答えの単位は、「なん人」を根拠にしたものである。
- ④ 定義の操作言葉は、「あわせる」問題だからという根拠のものである。
- ⑤ ブロック操作言葉は、「ガッチャン」の問題だからという根拠のものである。

表5 問題2の立式の根拠

学校	児童数	数量	文中の 操作言葉	文中の 集合言葉	操作言葉 集合言葉 両方	答えの 単位	定義の 操作言葉	ブロック 操作言葉	情景図	その他 「あとから」
A	139	59	41	89	10	1	5	0	2	0
B	99	33	24	40	19	0	5	7	7	0
C	31	13	10	12	0	0	3	0	9	0
D	109	51	21	39	0	1	9	0	20	0
E	72	42	12	12	0	0	1	0	26	2
F	91	35	22	41	3	0	7	0	6	0
計	541	233	130	233	32	2	30	7	70	2
割合(%)		43.1	24.0	43.1	5.9	0.4	5.5	1.3	12.9	0.4

(3) 傾向

- ① 誤答の(5-3)は、文中の「とんできました」を「とんでいきました」と読んだことによるものがほとんどであった。
- ② ①を考慮すると、この問題も正答率は高く学校差も小さい。
- ③ 文中の操作言葉24.0%、文中の集合言葉43.1%、その両方5.9%、合わせてと73.0%と高く、文中の言葉を根拠にする傾向が強い。
- ④ 定義としての操作言葉根拠として用いた割合は5.5%で、定義としての集合言葉は0である。

【問題3】

問題場面は「求残(減少)」 問題文に 操作言葉は有り 集合言葉は無し

こうえんで 子どもが7人 あそんでいます。3人かえると なん人に なるでしょう。

表6 問題3の正誤表

学校	児童数	正答数	誤答
			7+3
A	139	137	1
B	99	95	2
C	31	31	0
D	109	108	0
E	72	70	2
F	91	89	1
計	541	530	6
割合(%)		98.0	1.1

(1) 正答・誤答について

この問題の正答は(7-3)として集計した。

(2) 立式の根拠について

- ① 文中の操作言葉は、「かえると」を根拠にしたものである。
- ② 答えの単位は、「なん人」を根拠にしたものである。
- ③ 定義の操作言葉は、「とる」問題だからという根拠のものである。
- ④ 定義の集合言葉は、「のこり」を求める問題だからという根拠のものである。
- ⑤ ブロック操作言葉は、「ギコギコスー」の問題だからという根拠のものである。

表7 問題3の立式の根拠

学校	児童数	数量	文中の 操作言葉	答えの 単位	定義の 操作言葉	定義の 集合言葉	ブロック 操作言葉	情景図
A	139	61	115	10	0	1	0	1
B	99	37	70	5	1	4	8	13
C	31	11	23	0	0	0	0	4
D	109	49	55	0	0	3	0	24
E	72	31	21	2	0	1	0	24
F	91	30	59	4	0	4	0	8
計	541	219	343	21	1	13	8	74
割合(%)		40.5	63.4	3.9	0.2	2.4	1.5	13.7

(3) 傾向

- ① 正答率は高く、学校差も小さいが、無答が0.9%（5人）いる。
- ② 文中には操作言葉「かえると」のみが表記されており、それを根拠にした児童が63.4%と全ての問題を通して最も割合が高く、文中の言葉を根拠にする傾向が強い。
- ③ 定義としての操作言葉や集合言葉を用いる割合は0.2%、2.4%である。

【問題4】

問題場面は「求補」 問題文に 操作言葉は無し 集合言葉は無し

子どもが 7人 います。男の子は 4人です。女の子は なん人でしょう。

表8 問題4の正誤表

学校	児童数	正答数	誤答				
			4 + 3	7 + 4	4 - 3	4 - 1	7 + 3
A	139	122	3	9	0	0	0
B	99	87	2	7	0	1	0
C	31	26	1	4	0	0	0
D	109	91	4	9	2	0	1
E	72	61	0	10	0	0	0
F	91	82	0	7	0	0	0
計	541	469	10	46	2	1	1
割合(%)		86.7	1.8	8.5	0.4	0.2	0.2

(1) 正答・誤答について

この問題の正答は(7-3)として集計した。

(2) 立式の根拠について

- ① 答えの単位は、「なん人」を根拠にしたものである。
- ② 定義の操作言葉は、男の子を「とる」問題だからという根拠のものである。
- ③ 定義の集合言葉は、「のこり」を求める問題だからという根拠のものである。

- ④ ブロック操作言葉は、「ギコギコスー」の問題 だからという根拠のものである。

表9 問題4の立式の根拠

学校	児童数	数量	答えの単位	定義の操作言葉	定義の集合言葉	ブロック操作言葉	情景図	その他							
								「7人のうち」だから	「女の子は何人」だから	女の子を求めから	4人と3人で7人だから	「7人のうち」だから	「女の子は何人」だから	女の子を求めから	4人と3人で7人だから
A	139	67	37	0	12	0	3	0	22	0	1	0	22	0	1
B	99	31	17	0	3	2	11	0	13	0	0	0	13	0	0
C	31	17	6	0	1	0	14	0	6	0	0	0	6	0	0
D	109	44	8	1	5	0	24	6	0	15	1	6	0	15	1
E	72	37	6	2	4	0	24	0	3	0	0	0	3	0	0
F	91	30	13	1	7	0	9	0	17	0	0	0	17	0	0
計	541	226	87	4	32	2	85	6	61	15	2	6	61	15	2
割合(%)		41.8	16.1	0.7	5.9	0.4	15.7	1.1	11.3	2.8	0.4	1.1	11.3	2.8	0.4

(3) 傾向

- ① 正答率が86.7%と前の3問と比較して低く、学校差も前の3問と比較して大きい。
- ② 根拠を示すことができない児童が多い。
- ③ 児童の示した根拠は多様で、「その他」に分類されるものが多い。
- ④ 定義の操作言葉「とる」を用いた児童は0.7%、定義の集合言葉「のこり」は5.9%である。
- ⑤ 情景図を用いようとした児童は15.7%で、他の問題と比べてやや多い。

【問題5】

問題場面は「求差」 問題文に 操作言葉は無し 集合言葉は無し

こうえんに 男の子は 6人、女の子は 8人 います。男の子と 女の子では、どちらが なん人 おおいでしょう。

表10 問題5の正誤表

学校	児童数	正答数	誤答		
			6 + 8	8 + 6	6 - 8
A	139	89		26	15
B	99	78		9	9
C	31	23		8	0
D	109	83		11	6
E	72	56		12	4
F	91	65		12	7
計	541	394		78	41
割合(%)		72.8		14.4	7.6

(1) 正答・誤答について

この問題の正答は(8 - 6)として集計した。

(2) 立式の根拠について

- ① 答えの単位は、「なん人」を根拠にしたものである。
- ② 定義の操作言葉は、「とる」問題だからという根拠のものである。
- ③ 定義の集合言葉は、「のこり」を求める問題だからという根拠のものである。
- ④ ブロック操作言葉は、「ギコギコスー」の問題だからという根拠のものである。

表11 問題5の立式の根拠

学校	児童数	数量	答えの単位	定義の操作言葉	定義の集合言葉	ブロック操作言葉	情景図	その他			
								比べているから	「どちらがどれだけ」	「どちらが」	「どれだけ多いでしょう」
A	139	50	1	0	0	0	0	1	40	9	25
B	99	18	0	0	0	2	3	7	39	8	8
C	31	11	0	0	0	0	6	1	13	1	3
D	109	25	0	0	0	0	12	3	19	2	6
E	72	26	0	1	1	0	6	3	5	2	4
F	91	15	2	0	1	0	4	2	29	1	5
計	541	145	3	1	2	2	31	17	145	23	51
割合(%)		28.5	0.6	0.2	0.4	0.4	5.7	3.1	28.5	4.3	9.4

(3) 傾向

- ① 正答率は72.8%で全ての問題で最も低く、学校差も全ての問題で最も大きい。
- ② 誤答では、たし算にした割合が14.4%あり、(6 - 8)とした割合が7.6%あった。
- ③ 根拠を示すことができない児童が多い。
- ④ 定義の操作言葉「とる」を用いた児童は0.2%、定義の集合言葉「のこり」は0.4%である。
- ⑤ 文中の言葉「どちらがどれだけ」「どちらが」「どれだけおおい」を根拠にした児童は合わせて44.2%という割合で、文中の言葉を用いようとする傾向がある。
- ⑥ 比べる問題だからと、求差の問題はひき算であると言うことを根拠にした児童は3.1%である

IV 考 察

1 根拠の説明に、学校の特徴がある。

今回の調査では、「ブロック操作言葉」や「情景図」は特定の学校に集中している。これは、その学校独自の指導によって身に付けさせてきた考え方に他ならない。このことは、場面を把握したり数量関係を捉えたりすることに有効であり、語彙が不十分な低学年の児童の実態にも即していると考えられる。こうした指導は、多くの学校の参考になると考える。

しかし、それらを用いたり示したりすることで説明したとすることは不十分である。「ブロック操作言葉」や「情景図」などを考えたり説明したりするための補助的道具として用い、一般的な言葉を用いて考えたり説明したりすることができるよう指導を発展させることを期待したい。

2 工夫して根拠を説明しようとする傾向がある。

今回の調査で、説明欄が空白であるという児童は少なかった。適切・不適切あるいは十分・不十分という観点ではなく、説明意欲という観点から考察すると、児童一人ひとりの工夫や努力が読み取れる。各学校における、学ぼうとする意欲や態度の育成や考えを伝え合う学習態度の育成の成果であると考えられる。

3 立式の根拠を説明するのに、数量を用いない傾向がある。

小学校の授業を参観させていただくと、教師の説明も児童の説明も「全部を求めるからたし算です。」というように、何算になるかということ言えば立式の根拠を説明したことになることが多い。全部を求める場合は、かけ算になる場合もあるが第2学年で「かけ算」を学習するまでは「たし算」と「ひき算」だけであるので、そのことが原因であると考えられる。また、低学年の場合、問題文に書かれた数値の順に並べて演算記号で結べば正しく立式できる問題がほとんどである。このことも数量を意識しない原因にもなっている。

今回の調査問題でも、問題5では(6-8)の割合が7.6%あることから、その傾向がうかがえる。

立式の根拠を説明する場合には、数量にも着目した説明を求める指導が必要であると考えられる。

4 問題文に「操作言葉」「集合言葉」があれば、正答率が高い。

問題文に「操作言葉」や「集合言葉」があるということは、問題そのものの構造が単純で捉えやすいということである。そのため、数量の関係を容易に捉えることができ、立式の正答率も高いと考えられる。

5 立式の根拠を説明するのに、文中の言葉以外を用いる割合が低い。

今回の調査では、どの調査問題でも「文中の操作言葉」や「文中の集合言葉」を根拠に説明する割合が一番高い。2年生の児童にとってこれは自然なことであると考えられる。しかし、問題4は「文中の操作言葉も」「文中の集合言葉」も無い。正答率が86.7%である。「文中の操作言葉」や「文中の集合言葉」が有る問題に比べて正答率は低いが、正答した児童が圧倒的に多い。これは、適切に問題場面を把握したり数量関係を捉えたりしている児童がそれに近い割合で存在することになる。しかし、立式の根拠に「一般的な操作言葉」「一般的な集合言葉」を用いて適切委表現している児童の割合は6.6%と非常に低い。

2年生の児童にどこまで求めるかという問題もあるが、「文中の操作言葉」も「文中の集合言葉」も無い場合について、数量関係の把握と、「一般的な操作言葉」「一般的な操作言葉」を用いた表現ができるよう指導することが必要であると考えられる。

6 求補の場面を適切に扱い求差の場面を指導する必要がある。

求差の問題(問題5)は次のように学習する。

女の子の8人から、男の子と同じ数の女の子6人をとった残りを求めればよいから、(8-6)である。

言葉で表すと大変難しい。1年生の児童が考えた理解したりするにも困難さがある。当然ブロック操作や情景図を用いて理解を図ることになる。

ただ、この問題では全体の女子8人から部分の女子6人を取り除いた残りを求めることに帰着している。ここで求補の場面に帰着したことになる。学習指導要領で示されている求残の場面に求補の場面を含むと考えるか否かという見解の問題はあるが、求差の前に求補を適切に位置づけることが望ましいと考える。

また、この場合は、文中に操作言葉も集合言葉も含まれていないので、数量関係を適切に適切に捉え、「一般的な操作言葉」や「一般的な集合言葉」を用いた表現について指導する機会としたい。

IV 今後の研究課題

今回の調査研究では、資料分析の視点が児童の実態を基にしたため多様であった。このことは、個別の学校の事態も明らかにでき、その学校に応じた指導改善に役立てるという意味では有効であった。

さらに、今回の調査では、「文中の操作言葉」および「文中の集合言葉」と「一般的な操作言葉」および「一般的な集合言葉」による根拠の説明に多くの問題を見出すことができた。このことは、加法・減法の意味理解にとどまらず、全ての計算の意味理解にとって大切なことでもある。

次回の調査研究ではこのことに焦点化し、小学校第1学年の導入時に指導する加法・減法の意味理解に関する指導の適切な内容と方法について明らかにしたい。

【付記】

本研究の調査にご理解をいただいたK市の教育委員会、協力いただいた6つの小学校の校長先生や学級担任をはじめ多くの先生方ならびに児童の皆様方に心より感謝いたします。

引用文献

- 大日本図書. 2015. 新版 たのしいさんすう1
 石田純一, 子安増生. 1988. 小学校低学年の算数文章題における計算の意味理解の研究 - 演算決定および式のおよみに焦点をあてて - 科学教育研究 12(1)
 川口庭, 中島健三, 中野昇, 原弘道. 1973. 算数教育現代化全書 7式表示. 金子書房
 啓林館. 2015. わくわくさんすう1
 啓林館. 2012. 改訂版 小学校算数「授業力をみがく」指導ガイドブック
 文部科学省. 2008. 小学校学習指導要領 解説 算数編